Prevod reálneho čísla do desiatkovej číselnej sústavy

V predchádzajúcich príkladoch sme si vysvetlili, ako možno previesť reálne číslo z desiatkovej do inej pozičnej číselnej sústavy. Teraz si ukážeme opačný postup, teda prevod reálneho čísla zapísaného v inej pozičnej číselnej sústave do desiatkovej sústavy.

Tento postup je jednoduchší a my si ho vysvetlíme na konkrétnych príkladoch.

Príklad 1: Preveďme číslo $1001001{,}101_2$ do desiatkovej sústavy.

Riešenie:

$$1001001{,}101_2 = 1\cdot 2^6 + 0\cdot 2^5 + 0\cdot 2^4 + 1\cdot 2^3 + 0\cdot 2^2 + 0\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0 + 1\cdot 2^{-1} + 0\cdot 2^{-2} + 1\cdot 2^{-3} =$$

$$= 64 + 8 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = 73 + 0{,}5 + 0{,}125 = 73{,}625_{10}$$

Príklad 2: Preveďme číslo $2201{,}2_3$ do desiatkovej do sústavy.

Riešenie:

$$2201{,}2_3 = 2\cdot 3^3 + 2\cdot 3^2 + 0\cdot 3^1 + 1\cdot 3^0 + 2\cdot 3^{-1} = 54 + 18 + 1 + \frac{2}{3} = 73 + \frac{2}{3} = 73{,}\overline{6}$$

Príklad 3: Preveďme číslo $403{,}2\overline{1}_5$ do desiatkovej sústavy.

Riešenie:

$$403{,}2\overline{1}_5 = 4\cdot 5^2 + 0\cdot 5^1 + 3\cdot 5^0 + 2\cdot 5^{-1} + 1\cdot 5^{-2} + 1\cdot 5^{-3} + 1\cdot 5^{-4} + \ldots =$$

$$= 100 + 3 + \frac{2}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} + \frac{1}{625} + \ldots$$

Najprv určíme súčet geometrickej postupnosti $\frac{1}{25} + \frac{1}{125} + \frac{1}{625} + \ldots$

Jej prvý člen je $a_1 = \frac{1}{25}$ a kvocient $q = \frac{1}{5}$.

Pre súčet platí $s = \dfrac{a_1}{1-q} = \dfrac{\frac{1}{25}}{1-\frac{1}{5}} = \dfrac{\frac{1}{25}}{\frac{4}{5}} = \dfrac{5}{100} = \dfrac{1}{20}$.

Teda $403{,}2\overline{1}_5 = 100 + 3 + \frac{2}{5} + \frac{1}{20} = 103 + \frac{9}{20} = 103{,}45_{10}$.

Príklad 4: Preveďme číslo $1100111{,}01\overline{1100}_2$ do desiatkovej sústavy.

Riešenie:

$1100111{,}01\overline{1100}_2 =$

$= 1\cdot 2^6 + 1\cdot 2^5 + 1\cdot 2^2 + 1\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0 + 1\cdot 2^{-2} + 1\cdot 2^{-3} + 1\cdot 2^{-4} + 1\cdot 2^{-7} + 1\cdot 2^{-8} + 1\cdot 2^{-11} + 1\cdot 2^{-12} + \ldots =$

$= 2^6 + 2^5 + 2^2 + 2^1 + 2^0 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^7} + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{2^{11}} + \frac{1}{2^{12}} + \ldots$

Najprv určíme súčet zlomkov v perióde.

$\frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^7} + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{2^{11}} + \frac{1}{2^{12}} + \ldots = \frac{2+1}{2^4} + \frac{2+1}{2^8} + \frac{2+1}{2^{12}} + \ldots = \frac{3}{2^4} + \frac{3}{2^8} + \frac{3}{2^{12}} + \ldots =$

$= \frac{3}{16} + \frac{3}{256} + \frac{3}{4096} + \ldots$

Zrejme ide o geometrickú postupnosť.

Jej prvý člen je $a_1 = \frac{3}{16}$ a kvocient $q = \frac{1}{16} = \frac{1}{2^4}$. (pod periódou sú štyri cifry)

Pre súčet platí $s = \frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{3}{16}}{1-\frac{1}{16}} = \frac{\frac{3}{16}}{\frac{15}{16}} = \frac{3\cdot 16}{16\cdot 15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

Preto

$$2^6 + 2^5 + 2^2 + 2^1 + 2^0 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^7} + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{2^{11}} + \frac{1}{2^{12}} + \ldots =$$
$$64 + 32 + 4 + 2 + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = 103 + 0{,}25 + 0{,}2 = 103{,}45.$$

Teda $1100111{,}01\overline{1100}_2 = 103{,}45_{10}$.