

5. téma: Percentá

I. Úlohy na úvod

1. a) O koľko percent je číslo 25 menšie ako číslo 32? b) O koľko percent je číslo 32 väčšie ako číslo 25?
2. Peter má o 25% viac známok ako Marta. Uved'te 3 konkrétne počty známok Petra a Marty, pre ktoré to platí. Viete to zapísať obecné? Doplňte vetu: Jana má o% menej známok ako Peter?
3. Čo je pre zákazníka výhodnejšie? Ak ostane množstvo nezmenené a cena stúpne o 20%, alebo ak množstvo klesne o 20% a cena zostane nezmenená.
4. O koľko % celkove zdražiel tovar, ak dvakrát po týždni zlacnie o 50%?
5. Cena výrobku sa zvýšila 4-násobne. O koľko percent sa cena zvýšila?
6. Viola má záhradu o 15 % väčšiu ako Pavla, ale o 20 % menšiu ako Ružena. O koľko percent má Pavla menšiu záhradu ako Ružena.

Výsledky

1. a) 21,875%, b) 28%.
2. Obecné: Marta ...x, Peter1,25x. Doplňte vetu: Jana má o 20 % menej známok ako Peter?
3. To prvé.
4. o 75%.
5. O 300%.
6. Kamila má o 221,5% väčšiu záhradu ako Pavla.

II. Niekoľko slov k téme

Ako si aj o chvíľu pripomenieme, percentá sú všade okolo nás a stále nás majú čím prekvapiť, či zaskočiť. A pritom definícia percenta znie tak jednoducho:

$$\text{„1 \% z celku je } \frac{1}{100} \text{ z celku“}$$

Najviac problémov s percentami je spojených s tým, že sa pomocou percent porovnáva. Ak ste zvládli 2. úvodnú úlohu, tak asi viete v čom je problém.

Ak má Peter má o 20% viac známok ako Marta, tak to neznamená, že Marta má o 20% menej známok ako Peter!!!

Znázorníme si to.

- Ak porovnáme Petra s Martou:

Marta

25%	25%	25%	25%
-----	-----	-----	-----

Peter

--	--	--	--	--

Peter má o 25% známok (z Martiných) viac ako Marta.

- Ak porovnáme Martu s Petrom

Peter

20%	20%	20%	20%	20%
-----	-----	-----	-----	-----

Marta

--	--	--	--

Marta má o 20% známok (z Petrových) menej ako Peter.

Pozor: Pri týchto porovnávaniach sú rôzne základy!

Riešenie 1. príkladu

a) V tomto prípade je základ 32 a vlastne sa pýtame, koľko % z 32 je $32-25=7$.

$$\frac{7}{0,32} = 21,875$$

Je o 21,875% menšie.

b) V tomto prípade je základ 25 a vlastne sa pýtame, koľko % z 25 je $32-25=7$.

$$\frac{7}{0,25} = 28$$

Je o 28% väčšie.

Riešenie 3. príkladu

1. riešenie: Zrejme na cene tovaru a na množstve nezáleží. Zvoľme si ju teda cenu 100€ a množstvo 1 kg..

Ak cena stúpne o 20%, tak bude 1kg stáť $100+0,2 \cdot 100=120€$.

Ak množstvo klesne o 20%, tak $1-0,2=0,8$ kg stáť 100€. Potom 1 kg bude stáť

$$\frac{1}{0,8} \cdot 100 = 125 €.$$

Prvá možnosť je pre zákazníka lacnejšia.

2. riešenie: Nech máme množstvo M a cenu C.

Ak cena stúpne o 20%, tak bude M stáť 1,2.C.

Ak množstvo klesne o 20%, tak 0,8.M bude stáť C. Potom M bude stáť $\frac{1}{0,8} \cdot 100 = 125$ C.

Prvá možnosť je pre zákazníka lacnejšia.

Riešenie 4. príkladu

Nech je cena tovaru 100€. Po 1. zlacnení bude stáť polovicu teda 50€ a po 2. zlacnení polovicu z novej ceny, teda 25€. Celkove zlacnel o 75€. Ale 75 je 75% zo 100.

Celokove zlacnel o 75%.

Percentá a percentuálne body. Ak povieme, že číslo 20 sa zväčšilo o 5 %, je každému jasné, že nová hodnota je 21 ($20 \cdot 1,05 = 21$). Nedorozumenie môže nastať v prípade, že číslo 20 bolo počet percent niečoho. Typický príklad je miera nezamestnanosti alebo úrokové sadzby v bankách.

Miera nezamestnanosti určuje, koľko percent z práceschopného obyvateľstva tvoria nezamestnaní. Predstavme si, že v auguste bola miera nezamestnanosti 20 % a v septembri 25 % (teda v auguste zo všetkých práceschopných ľudí bolo 20 % nezamestnaných, v septembri už 25 %). Hovorovo túto situáciu často opíšeme takto: „Miera nezamestnanosti sa zvýšila o 5 %.“ V skutočnosti sa však číslo 20 zväčšilo o 25 percent ($20 \cdot 1,25 = 25$).

Ak každý vie, o čom hovoríme (teda pozná čísla 20 a 25, ktorých sa naše tvrdenie týka), porozumie nám. Ak by však poznal iba mieru nezamestnanosti v auguste (20 %) a mal by z našej informácie zistiť, koľko je nová miera nezamestnanosti, nevedel by, ktorú z dvoch možností si má vybrať: či má k číslu 20 prirátať 5, alebo či má číslo 20 zväčšiť o 5 % (v prvom prípade by dostal výsledok 25, v druhom 21).

Vyhnúť sa takýmto nedorozumeniam umožňuje pojem *percentuálny bod*. Ten sa používa pri vyjadrovaní rozdielu medzi dvomi údajmi vyjadrenými v percentách. Naša formulácia o miere nezamestnanosti teda mala znieť: „Miera nezamestnanosti sa zvýšila o 5 percentuálnych bodov.“

A teraz ešte pár úloh.

Obchod so športovými potrebami ponúka akciu: *Pri nákupe nad 1000 € zľava 5 %*. „Veď to by sa mohlo stať, že niekto, kto nakúpi veci nad 1000 €, za ne napokon zaplatí menej ako niekto iný, kto nakúpil len do 1000 €,“ dumá nad tým pán Edo. Pre aký najväčší nákup nad 1000 € môže takáto situácia nastať?

Nech x je cena nad 1000 €. Potom z nej platím $0,95 \cdot x$. Pýtame sa kedy

$$0,95x < 1000 \quad x < \frac{1000}{0,95} = 1052,631\dots\dots$$

Áno je to možné. Najväčšia taká cena je 1052,31€

Jano tvrdí, že Fero dostal o 20% € viac ako on. Fero tvrdí, že dostal len o 15 viac. Môžu mať obaja pravdu? Svoju odpoveď zdôvodnite.

Môžu. A to v dvoch prípadoch:

Ak Fero hovorí o percentách, tak vtedy, keď obaja dostali 0 €.

Ak Fero hovorí len o eurách a nie o percentách, tak potom

$$F = 1,2J \quad \text{a tiež} \quad F = J + 15$$

Odtiaľ $1,2J = J + 15$ $J = 75$ a potom $F = 80$.

Riešenie 6. príkladu

Označme si plochy záhrad začiatočnými písmenami ich majiteľiek. Potom jednotlivé vzťahy budú $V=1,25P$ $V=0,8R$ $K=2R$

$$P=0,8/1,25/2=0,8/2,5 \quad 0,32 \quad 68$$

Viola má záhradu o 25 % väčšiu ako Pavla: $V = 1,25.P$

Viola má záhradu o 20 % menšiu ako Ružena $V = 0,8.R$

Ružena má 2-krát menšiu záhradu ako Kamila $R = 0,5.K$

$$\text{Potom } K = 2R = \frac{2}{0,8}.V = \frac{2}{0,8}.1,25.P = 3,125P = P + 2,125P.$$

Kamila má o 221,5% väčšiu záhradu ako Pavla.

III. Úlohy na cvičenie

1. V lese rástlo 99 % listnatých stromov, zvyšok tvorili ihličnany. Jeden deň prišli lesní robotníci a vyrúbali časť listnatých stromov (ihličnanov sa ani nedotkli). Na konci dňa bolo v lese 98 % listnáčov. Akú časť lesa robotníci vyrúbali? Koľko percent listnatých stromov vyrúbali?
2. Banka ponúka na termínovanom vklade ročnú úrokovú mieru 2,48 % s tým, že množstvo úrokov zaokrúhľuje na celé centy nahor. Vložili sme do nej 1200 € na 2 roky. Banka nám na konci každého roku od uloženie na účet nepripíše celú sumu úrokov. Najprv z nich odráta 19 % dane (§ 7 a § 43 zákona 595/2003 Z.z. o dani z príjmov). Aká suma bude na našom účte o 1 rok? Pri výpočtoch základu pre výpočet 19%-nej dane sa zaokrúhľujte na celé centy nadol. Koľko % nám celkove pribudlo na účet po dvoch rokoch?
3. Študentka Božena si vybavila brigádu (dohodu o brigádnickej práci študentov podľa § 227 Zákonníka práce). Jej hodinová mzda bola 3,92 €. Pracovala od februára až do júna 2008 a v jednotlivých mesiacoch odpracoval po rade tieto počty hodín: 64, 73, 76, 69, 80. Zamestnávateľ každý mesiac Božene odráta z jeho mzdy preddavok na daň. Ten vypočíta tak, že od hrubej mzdy (teda počet hodín × hodinová mzda) odráta mesačnú nezdaniteľnú čiastku 272,46 € platnú pre rok 2008. Ak je rozdiel záporný, je preddavok na daň 0 €. Ak je rozdiel kladný, je preddavok na daň 19 % z tohto rozdielu zaokrúhlené na celé centy nadol. Jankovi potom vyplatí čistú mzdu, teda hrubú mzdu zníženú o preddavok na daň. a) Vypočítajte Boženinu čistú mzdu za mesiac apríl a máj. Žiadne iné príjmy už Božena v roku 2008 nemala. Preto mu jeho známa poradila, že by si mal podať v roku 2009 daňové priznanie. Jej hrubý príjem bol totiž menší ako

je ročná nezdaniteľná čiastka (to je 12-násobok sumy 272,46 €). V tom prípade všetky preddavky na daň dostane naspäť.
b) Koľko korún dostane Božena naspäť, ak podá daňové priznanie?

4. Predpokladajme, že sa rôzne medy líšia len množstvom vody. Jeden liter Petrovho medu obsahuje asi 16 % vody. Liter takéhoto medu má hmotnosť priemerne 1,43 kg. Približne aký objem má 1kg Vierinho medu, ktorý obsahuje 16 % vody? S danými hodnotami pracujte ako s presnými.
5. Na približný výpočet výkonu veternej elektrárne možno použiť vzorec $P = 0,2 \cdot v^3 \cdot D^2$, kde
- P je výkon veternej elektrárne (vo wattoch),
 - v je rýchlosť vetra (v metroch za sekundu),
 - D je priemer veternej turbíny (v metroch), presnejšie povedané D je priemer kruhu, ktorý opisujú otáčajúce sa vrtule turbíny.
- a) O koľko percent sa zväčší výkon veternej elektrárne, ak sa rýchlosť vetra zväčší o 20 %? Výsledok zaokrúhlite na celé čísla. Zapište svoj výpočet.
- b) Ak zmenšíme priemer turbíny o s % a rýchlosť vetra sa zvýši o t %, tak sa výkon veternej turbíny nezmení. Nájdite vzťah medzi s a t .
6. Skratkou DPH sa označuje *daň z pridanej hodnoty*. Túto daň platíme pri každom nákupe a je započítaná v cene tovaru. DPH potom odvedie obchodník do štátneho rozpočtu. K cene tovaru, ktorú si určí sám obchodník (*cena netto*), sa pripočíta DPH, ktorej percentuálnu sadzbu určuje štát zákonom. DPH je teda zákonom stanovený počet percent z ceny tovaru určenej obchodníkom. Na cenovkách je uvedená celková suma, ktorú pri nákupe zaplatíme. Táto suma (*cena brutto*) je súčet ceny, ktorú určil obchodník (*cena netto*) a sumy, ktorá predstavuje DPH. Vláda SR chcela v roku 2008 znížiť sadzbu DPH na potraviny. Predpokladalo sa, že ju zníži z 19 % na 6 %. Pred predpokladaným znížením DPH stál kilogram paradajok 63,07 Sk. Optimisti predpokladali, že to bude mať za následok zníženie ceny potravín, lebo si mysleli, že sa ceny netto nezmenia. Akú novú cenu brutto paradajok by po znížení DPH očakávali optimisti? Pesimisti očakávali, že pre zákazníka sa nič nezmení, len obchodníci budú viac zarábať. Ceny brutto by podľa nich ostali nezmenené, zmenili by sa len ceny netto a tento rozdiel medzi novou a starou cenou netto by bol zárobok obchodníka. Akú novú cenu netto paradajok by po znížení DPH očakávali pesimisti? O koľko viac by podľa pesimistov zarobil na každom kilograme paradajok obchodník?
7. a) Pán Novák nakupuje v obchode kde je veľká reklama:
Vynikajúca zľava 20 % z časti nákupu nad 50€
Pán Novák zistil doma, že celý nákup ho vyšiel o 16% lacnejšie. Koľko € platil pán Novák za nákup?
- b) O nejaký čas išiel pán Novák s pánom Kováčom do toho istého obchodu znova. Stále v ňom mali tú istú zľavu. Rozhodli sa platiť spolu. Navrhните, ako si majú títo páni spravodlivo rozdeliť zľavu, ktorú týmto získali. Pokúste sa toto rozdelenie

sformulovať obecné. (Svoje formulácie si vyskúšajte na nákupoch i) 40 € a 20 €, ii) 40 € a 60 €, iii) 60 € a 80 €.)