

VÝSKUMNÁ DOMÉNA MATEMATIKA V RÁMCI MEDZINÁRODNEJ ŠTÚDIE TIMSS 2003 - ROZDELENIE OBSAHOVEJ A KOGNITÍVNEJ DIMENZIE

Janka Kurajová Stopková, Jozef Kuraj

Štátny pedagogický ústav

Pluhová 8, 830 00, Bratislava, SR

e-mail: janka.stopkova@statpedu.sk, <mailto:jozef.kuraj@orangemail.sk>

Abstract. The aim of this article is to present the framework of the international comparative study TIMSS 2003. We describe both dimensions, which create research domain Mathematics. We present some test items also.

Key words: research domain mathematics, framework, content domain, cognitive domain

1. Úvod

V príspevku chceme predstaviť charakteristiky výskumných oblastí v rámci výskumnej domény matematika, poskytnúť materiál pre odborníkov, ktorí tvoria kurikulárne dokumenty a oboznámiť pedagogickú verejnosť s cieľmi, ktoré overujú testové položky v rámci medzinárodnej komparatívnej štúdie TIMSS 2003 – *Trendy v medzinárodnom výskume matematiky a prírodovedných predmetov* s dôrazom na výskumnú doménu matematiky.

Štúdie TIMSS sa na Slovensku zúčastňujú žiaci 8. ročníka základných škôl a 4. ročníka gymnázia s osemročným štúdiom už od roku 1995. V súčasnosti sa na Štátnom pedagogickom ústave v Bratislave pripravuje realizácia hlavnej štúdie, ktorá prebehne v roku 2007 prvýkrát na populácii žiakov 4. ročníka základnej školy.

2. Výskumná doména matematika

Matematika patrí medzi výskumné domény v rámci medzinárodnej štúdie TIMSS. Rámec hodnotenia matematiky (framework) pre TIMSS 2003 vytvorili dve dimenzie - obsahová a poznávací. Obe dimenzie a ich výskumné oblasti vytvorili základ pre hodnotenie matematiky. **Výskumné oblasti obsahovej dimenzie** definujú hodnotené špecifické matematické témy a **výskumné oblasti poznávacej dimenzie** definujú súbor zručností, pomocou ktorých žiaci zvládajú učivo z matematiky.

Medzi výskumné oblasti *obsahovej dimenzie* patria: aritmetika, algebra, meranie, geometria, údaje. Medzi výskumné oblasti *kognitívnej dimenzie* patria: ovládanie faktov a postupov, používanie pojmov, riešenie problémových úloh, odôvodňovanie a argumentácia.

Špecifické ciele hodnotenia pre 8. ročník základnej školy (ZŠ) sú formulované ako vedomosti a zručnosti, ktoré sa zisťovali prostredníctvom jednotlivých testových položiek. Hlavný dôraz bol kladený na hodnotenie schopností, ako je riešenie neštandardných problémov a logické myslenie. Zároveň sa hodnotili fakty, postupy, používanie pojmov, ktoré formujú základ pre rozvoj a implementáciu týchto zručností.

2.1 Výskumné oblasti obsahovej dimenzie

Za všeobecným opisom výskumnej oblasti sme uviedli súbor špecifických cieľov hodnotenia (hodnotiacich výstupov) pre tematický okruh. Hodnotiace výstupy sú uvedené

v súlade so zručnosťami vyžadovanými jednotlivými testovými položkami z matematiky a opisujú vedomosti a schopnosti, očakávané od žiakov 8. ročníka ZŠ, na základe dohôd expertov zo všetkých zúčastnených krajín.¹

Aritmetika

Oblasť aritmetika obsahuje osvojenie počítania, spôsoby vyjadrenia čísel, vzťahy medzi číslami a číselne rady. V 8. ročníku by žiaci mali mať vyvinutý zmysel pre číselné vzťahy a výpočtovú plynulosť, pochopiť význam operácií a ich súvislosti, byť schopní používať číselné operácie pri riešení úloh. *Medzi hlavné tematické okruhy v rámci výskumnej oblasti aritmetika patria: prirodzené čísla, zlomky a desatinné čísla, celé čísla, úmernosť, pomer a percentá.*

Špecifické ciele hodnotenia tematického okruhu prirodzené čísla

- Preukázať ovládanie číselných radov a operácií – sčítanie, odčítanie, násobenie a delenie.
- Použiť delitele a násobky čísel.
- Určiť prvočísla.
- Použiť a všeobecne vyjadriť pravidlá komutatívnosti, asociatívniosti a distributívnosti.
- Vypočítať mocniny čísel. Vypočítať druhú odmocninu z čísel do 144.
- Riešiť úlohy výpočtom a odhadom.

Špecifické ciele hodnotenia tematického okruhu zlomky a desatinné čísla

- Porovnať a usporiadať zlomky, desatinné čísla.
- Preukázať ovládanie číselných radov pre desatinné čísla.
- Opísať desatinné čísla a zlomky slovne, pomocou čísel alebo modelov.
- Určiť ekvivalentné zlomky.
- Previesť zlomky na desatinné čísla a naopak.
- Opísať operácie so zlomkami alebo desatinnými číslami na situáciách a modeloch.
- Počítať so zlomkami a desatinnými číslami, vrátane využitia pravidiel komutatívnosti, asociatívniosti a distributívnosti.
- Aproximovať desatinné čísla pre približné výpočty.
- Riešiť úlohy so zlomkami a desatinnými číslami.

Príklad 1: Testová položka z tematického okruhu zlomky a desatinné čísla

Kolko ďalších štvorcov treba na obrázku vyfarbiť, aby potom

boli $\frac{4}{5}$ vyfarbených malých štvorcov?



- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2 E. 1

© IEA Trends in International Mathematics and Science Study TIMSS

Špecifické ciele hodnotenia tematického okruhu celé čísla

- Opísať celé čísla slovne a pomocou modelov.
- Porovnať a usporiadať celé čísla.
- Preukázať ovládanie sčítania, odčítania, násobenia a delenia celých čísel.
- Riešiť úlohy s celými číslami.

¹ Niektoré vybrané témy v rámci obsahu a vybrané špecifické ciele hodnotenia neuvádzajú a ani nepožadujú naše kurikulárne dokumenty v danom ročníku. V medzinárodnom meradle sa však považujú za potrebné, preto sú zahrnuté v rámci hodnotenia.

Špecifické ciele hodnotenia tematického okruhu *úmernosť, pomer a percentá*

- Identifikovať a nájsť ekvivalentný pomer.
- Rozdeliť veličinu v danom pomere.
- Previesť percentá na zlomky a naopak.
- Previesť desatinné čísla na zlomky a naopak.
- Riešiť úlohy s využitím percent a pomeru.

Algebra

Oblasť algebry obsahuje vzťahy medzi veličinami, využívajúc symboly na vyjadrenie matematických situácií, rozvíja plynulosť vo vyjadrovaní ekvivalentných výrazov a riešení lineárnych rovníc. Dôraz je kladený najmä na funkčné vzťahy a ich využitie pre modelovanie a riešenie úloh. *Medzi hlavné tematické okruhy v rámci výskumnej oblasti algebra patria: číselné a algebraické vzory, algebraické výrazy, rovnice a nerovnice, algebraické vzťahy.*

V 8. ročníku ZŠ by sa mali žiaci zamerať na pochopenie lineárnych vzťahov a premenných, mali by vedieť používať a zjednodušiť algebraické vzorce, riešiť lineárne rovnice s jednou neznámou, riešiť sústavy rovníc s dvomi neznámymi, riešiť úlohy z reálneho života s využitím algebraických modelov, vysvetliť algebraické vzťahy, používať symboly na algebraické vyjadrenie situácií.

Špecifické ciele hodnotenia tematického okruhu *číselné a algebraické vzory*

- Rozšíriť numerické, algebraické a geometrické vzory slovne, pomocou symbolov, diagramov, nájsť chýbajúce členy.
- Zovšeobecniť vzťahy medzi vzormi v rade alebo medzi susednými členmi.
- Zovšeobecniť vzťahy medzi výrazom a jeho číselnou hodnotou slovne alebo pomocou symbolov.

Špecifické ciele hodnotenia tematického okruhu *algebraické výrazy*

- Určiť súčet, súčin a mocninu výrazov s premennými.
- Vyjadriť výrazy pre dané číselné hodnoty premennej.
- Zjednodušiť alebo porovnať algebraické výrazy.
- Modelovať situácie pomocou výrazov.

Príklad 2: Testová položka z tematického okruhu *algebraické výrazy*

Gabriel má dvakrát toľko kníh ako Braňo. Dávid má o 6 kníh viac ako Braňo. Ak má Braňo x kníh, ktorý z nasledujúcich výrazov vyjadruje celkový počet kníh, ktoré majú títo traja chlapci?

A. $3x + 6$ B. $3x + 8$ C. $4x + 6$ D. $5x + 6$ E. $8x + 2$

© IEA Trends in International Mathematics and Science Study TIMSS

Špecifické ciele hodnotenia tematického okruhu *rovnice a nerovnice*

- Riešiť rovnice s hodnotami premenných.
- Použiť rovnice na riešenie daných situácií.
- Určiť, či daná hodnota vyhovuje uvedenej rovnosti.
- Riešiť jednoduché lineárne rovnice a nerovnice a sústavy rovníc s dvomi neznámymi.
- Napísať lineárne rovnice, nerovnice alebo sústavy rovníc, ktoré opisujú danú situáciu.

Príklad 3: Testová položka z tematického okruhu *rovnice a nerovnice*

$$\text{Ak } \frac{12}{n} = \frac{36}{21}, \text{ potom } n \text{ sa rovná}$$

A.3 B.7 C.36 D.63

© IEA Trends in International Mathematics and Science Study TIMSS

Špecifické ciele hodnotenia tematického okruhu *algebraické vzťahy*

- Určiť ekvivalentné zápisy funkcií ako usporiadané dvojice, tabuľky, grafy.
- Vytvoriť ekvivalentný zápis danej funkcie.
- Interpretovať pomerný, lineárny a nelineárny vzťah.
- Napísať alebo vybrať (zvoliť) funkciu pre opis danej situácie.
- Podľa daného grafu určiť úseky, kde je funkcia stúpajúca, klesajúca alebo konštantná.

Príklad 4: Testová položka z tematického okruhu *algebraické vzťahy*

Ktorá z uvedených možností popisuje, ako vytvoriť druhé číslo z prvého vo všetkých uvedených dvojiciach? (3,6), (6,15), (8,21)

- A. pripočítaním 3,
 B. odčítaním 3,
 C. vynásobením 2,
 D. vynásobením 2 a potom pripočítaním 3,
 E. vynásobením 3 a potom odčítaním 3.

© IEA Trends in International Mathematics and Science Study TIMSS

Meranie

Meranie zahŕňa priradenie numerickej hodnoty k vlastnosti predmetu s aplikáciou v rôznych oblastiach života. Cieľom je osvojenie jednotiek a postupov pri meraní rôznych vlastností. Medzi hlavné tematické okruhy v rámci výskumnej oblasti meranie patria: veličiny a jednotky, meradlá, postupy a vzorce.

V 8. ročníku ZŠ sú od žiakov očakávané veku primerané zručnosti, ktoré zahŕňajú používanie nástrojov a postupov na meranie fyzikálnych vlastností ako je dĺžka, obsah, objem, hmotnosť, teplota, čas, uhol, meranie veličín ako je rýchlosť, hustota ako aj aplikácia zložitejších vzorcov na meranie povrchu telesa, prevody medzi systémami jednotiek.

Špecifické ciele hodnotenia tematického okruhu *vlastnosti a jednotky*

- Zvoliť a použiť vhodnú základnú jednotku na meranie dĺžky, obsahu, objemu, obvodu, času, rýchlosti, hustoty, veľkosti uhlov, hmotnosti.
- Použiť vzťahy medzi jednotkami na premenu jednotiek.

Špecifické ciele hodnotenia tematického okruhu *meradlá, postupy a vzorce*

- Použiť štandardné meradlá na meranie dĺžky, hmotnosti, času, rýchlosti, veľkosti uhlov a teploty.
- Odhadnúť dĺžku, obvod kruhu, obsah, objem, hmotnosť, čas a rýchlosť.
- Používať miery vo výpočtoch (napr. vypočítať priemernú rýchlosť).

- Zvoliť a použiť vhodné vzorce na výpočet obvodu obdĺžnika, obvodu kruhu, obsahu rovinných útvarov, povrchu a objemu telies.
- Určiť rozmery nepravidelných alebo zložených útvarov použitím súradnicovej siete alebo rozdelením a preskupením častí.
- Interpretovať informácie o presnosti merania.

Príklad 5: Testová položka z tematického okruhu *meradlá, postupy a vzorce*

Dĺžka škatule, zaokrúhlená na celé centimetre, je 9 cm. Ktoré z nasledujúcich čísel môže byť skutočnou dĺžkou škatule?

A. 10 cm B. 9,9 cm C. 9,6 cm D. 8,6 cm

© IEA Trends in International Mathematics and Science Study TIMSS

Geometria

V 8. ročníku ZŠ by mali žiaci vedieť analyzovať vlastnosti a charakteristické znaky mnohých geometrických útvarov, vrátane priamok, uhlov, dvoj a trojrozmerných útvarov a pochopiť geometrické vzťahy. Oblasť geometrie obsahuje osvojenie súradnicových zobrazení a priestorovej predstavivosti na pochopenie zobrazení dvoj a trojrozmerných útvarov.

Medzi hlavné tematické okruhy v rámci výskumnej oblasti geometria patria: priamky a uhly, dvojrozmerné a trojrozmerné útvary, zhodnosť a podobnosť, poloha a priestorové vzťahy, súmernosť, otočenie a posunutie.

Priestorová predstavivosť je neoddeliteľnou súčasťou štúdia a hodnotenia geometrie. Žiaci majú vedieť opísať, načrtnúť a konštruovať geometrické útvary (uhly, priamky, trojuholníky, štvoruholníky, mnohouholníky). Zároveň vedieť skladať, rozkladať a analyzovať zložené útvary, opísať alebo vytvoriť nárys alebo bokorys objektov, použiť zhodnosť a podobnosť pri riešení úloh. Žiaci by mali vedieť používať súradnicovú sústavu, nájsť vzdialenosti medzi bodmi roviny a použiť Pytagorovu vetu pri riešení úloh z reálneho života. Žiaci majú vedieť rozoznať osovú súmernosť a rysovať symetrické útvary, opísať otáčanie, posunutie použitím matematickej terminológie, vedieť prepojiť algebru s geometriou. Žiaci by mali vedieť riešiť úlohy s využitím geometrických modelov a vysvetliť vzťahy použitím geometrických pojmov.

Špecifické ciele hodnotenia tematického okruhu *priamky a uhly*

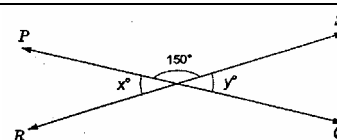
- Rozdeliť uhly na ostré, pravé, priame, tupé, vrcholové, susedné.
- Určiť vzťahy medzi uhlami.
- Používať vlastnosti osí uhlov a kolmice na priamky.

Príklad 6: Testová položka z tematického okruhu *priamky a uhly*

Na obrázku sú rôznobežky PQ a RS. Aká je hodnota $x + y$?

A. 15° B. 30° C. 60° D. 180° E. 300°

© IEA Trends in International Mathematics and Science Study TIMSS



Špecifické ciele hodnotenia tematického okruhu *dvojrozmerné a trojrozmerné útvary*

- Ovládať vlastnosti geometrických útvarov - trojuholníkov (rôznostranný, rovnoramenný, rovnostranný, pravouhlý) a štvoruholníkov (lichobežník, rovnobežník, obdĺžnik, kosoštvorec, štvorec).

- Použiť vlastnosti geometrických útvarov pri zložených útvaroch a predpovedať vlastnosti zložených útvarov.
- Určiť vlastnosti mnohoúhelníkov (pravidelný päťuholník, šesťuholník, osemuholník, desaťuholník).
- Zostrojiť alebo nakresliť trojuholník alebo obdĺžnik daných rozmerov.
- Použiť vlastnosti geometrických útvarov na riešenie bežných aj neštandardných úloh.
- Použiť Pytagorovu vetu (nie dôkaz) pri riešení úloh.

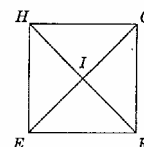
Špecifické ciele hodnotenia tematického okruhu *zhodnosť a podobnosť*

- Určiť zhodné trojuholníky, zhodné štvoruholníky a ich príslušné rozmery.
- Zohľadniť podmienky zhodnosti pri určení, či trojuholníky daných rozmerov sú zhodné.
- Určiť podobné trojuholníky a opísať ich vlastnosti.
- Použiť vlastnosti zhodnosti a podobnosti v matematických a praktických úlohách.

Príklad 7: Testová položka z tematického okruhu *zhodnosť a podobnosť*

Ktoré tvrdenie pre štvorec $EFGH$ je *NEPRAVDIVÉ*?

- A. trojuholník EIF a trojuholník EIH sú zhodné
- B. trojuholník GHI a trojuholník GIF sú zhodné
- C. trojuholník EFH a trojuholník EGH sú zhodné
- D. trojuholník EIF a trojuholník GIH sú zhodné



© IEA Trends in International Mathematics and Science Study TIMSS

Špecifické ciele hodnotenia tematického okruhu *poloha a priestorové vzťahy*

- Určiť polohu bodu pomocou číselnej osi, súradnicovej siete alebo mapy.
- Použiť usporiadané dvojice a priesečníky na určenie polohy bodov a priamok v karteziánskej sústave.
- Určiť vzťahy medzi dvojrozmernými a trojrozmernými útvarmi.

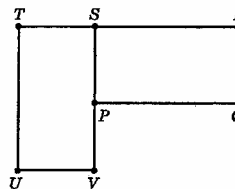
Príklad 8: Testová položka z tematického okruhu *poloha a priestorové vzťahy*

Obdĺžnik $PQRS$ sa dá otočiť na obdĺžnik $UVST$.

Ktorý bod je stredom tohto otočenia?

- A. P B. R C. S D. T E. V

© IEA Trends in International Mathematics and Science Study TIMSS



Špecifické ciele hodnotenia tematického okruhu *súmernosť, otočenie a posunutie*

- Určiť stredovú a osovú súmernosť pre dvojrozmerné útvary.
- Narysovať dvojrozmerné súmerné útvary.
- Určiť na náčrte posunutie a otočenie.
- Použiť zobrazenia na vysvetlenie vlastností geometrických útvarov.

Údaje

Táto oblasť zahŕňa osvojenie zhromažďovania údajov, triedenia zozbieraných údajov, zobrazenie výsledkov pomocou grafov a tabuliek, ktoré pomôžu objasniť otázky súvisiace so samotným zhromažďovaním údajov. *Medzi hlavné tematické okruhy v rámci výskumnej oblasti údaje patria: zhromažďovanie a triedenie údajov, zobrazovanie údajov, interpretácia údajov, neurčitosť a pravdepodobnosť.*

V 8. ročníku ZŠ sa môžu žiaci zapojiť do jednoduchých projektov zbierania údajov, prípadne pracovať s údajmi, ktoré boli zozbierané niekým iným alebo vytvorené pomocou simulácií. Žiaci by mali rozvíjať schopnosť prezentovať svoje údaje, využívajúc grafy a tabuľky. Mali by vedieť porovnať relatívne výhody jednotlivých druhov zobrazenia. Žiaci 8. ročníka ZŠ majú vedieť opísať a porovnať charakteristiky údajov, vytvárať závery založené na zobrazení údajov, určiť trendy v údajoch, tvoriť predpovede založené na daných údajoch a zhodnotiť význam interpretácií. V rámci tematického okruhu neurčitosť a pravdepodobnosť sa hodnotenie pravdepodobnosti zameriava na pochopenie pojmu pravdepodobnosť.

Špecifické ciele hodnotenia tematického okruhu *zhromažďovanie a triedenie údajov*

- Priradiť skupinu údajov alebo zobrazenie údajov k vhodným charakteristikám situácií alebo súvislostiam.
- Zatriediť skupinu údajov podľa jednej alebo viacerých charakteristík s využitím diagramu, tabuľky alebo grafu.
- Určiť a opísať možné zdroje chýb pri zbieraní a triedení údajov.
- Zvoliť najvhodnejšiu metódu zbierania údajov.

Špecifické ciele hodnotenia tematického okruhu *zobrazenie údajov*

- Prečítať údaje z tabuliek, grafov a diagramov.
- Zobraziť údaje s použitím tabuliek, grafov a diagramov.

Špecifické ciele hodnotenia tematického okruhu *interpretácia údajov*

- Porovnať charakteristiky súborov údajov využívajúc priemer, strednú hodnotu, rozsah a distribúciu (rozdelenie).
- Interpretovať súbor údajov (urobiť záver, predpovede, odhadnúť hodnoty).
- Zhodnotiť interpretácie údajov s ohľadom na správnosť a úplnosť interpretácie.

Príklad 9: Testová položka z tematického okruhu *interpretácia údajov*

Jozef získal v troch testoch 78, 76 a 74 bodov, zatiaľ čo Mária získala 72, 82 a 74 bodov. Ako sa líši Jozefov priemerný počet bodov od Máriinho priemerného počtu bodov?

- Jozefov priemerný počet bodov bol o 1 bod vyšší.*
- Jozefov priemerný počet bodov bol o jeden bod nižší.*
- Obidva priemery boli rovnaké.*
- Jozefov priemerný počet bodov bol o 2 body vyšší.*
- Jozefov priemerný počet bodov bol o 2 body nižší.*

© IEA Trends in International Mathematics and Science Study TIMSS

Špecifické ciele hodnotenia tematického okruhu *neurčitosť a pravdepodobnosť*

- Posúdiť pravdepodobnosť udalosti.
- Použiť údaje z experimentov pre odhad pravdepodobností priaznivých výsledkov.

- Použiť podmienky úlohy na výpočet teoretickej pravdepodobnosti priaznivého výsledku.

Príklad 10: Testová položka z tematického okruhu *neurčitost' a pravdepodobnosť*

V jednej triede 8. ročníka je 30 žiakov. Pravdepodobnosť, že náhodne vybraný žiak bude mať menej ako 13 rokov, je 1/5. Koľko žiakov v triede má menej ako 13 rokov?

A. Dvaja B. Traja C. Štyria D. Piati E. Šiesti

© IEA Trends in International Mathematics and Science Study TIMSS

2.2 Výskumné oblasti kognitívnej dimenzie

Testové položky boli formulované tak, aby iniciovali použitie určitých poznávacích schopností. Zámerom je umožniť posun od poznania samotného faktu, postupu alebo pojmu k využitiu týchto vedomostí pri riešení problému, od používania týchto znalostí v jednoduchých alebo bežných situáciách k schopnosti zapojiť sa do systematickej argumentácie.

Ovládanie faktov a postupov

Zručnosť v používaní matematiky alebo argumentácia v rámci matematických situácií závisí najmä na vedomostiach z matematiky. Čím viac dôležitých poznatkov si žiak osvojí, tým má väčší potenciál pre riešenie širokého spektra problémových situácií. Bez prístupu k vedomostnej základni, ktorá umožňuje ľahké vybavenie základných faktov a vlastností čísel, symbolických zobrazení a priestorových vzťahov žiakmi, by nebolo sprístupnené zmysluplné matematické myslenie.

Fakty obsahujú reálne vedomosti, ktoré poskytuje základný jazyk matematiky, ako aj nevyhnutné matematické fakty a zákonitosti formujúce základ matematického myslenia.

Procedúry tvoria prepojenie medzi základnými znalosťami a využitím matematiky pri riešení bežných problémov, najmä v každodennom živote. Plynulé využívanie procedúr znamená ovládanie súboru činností a ich realizáciu. Žiaci musia účinne a správne využívať rôzne výpočtové postupy a nástroje.

Ovládať definície, pojmy, vlastnosti čísel, vlastnosti rovinných útvarov, matematické poučky.

Zistiť a určiť matematicky ekvivalentné entity, t.j. časti útvarov reprezentujúcich zlomky, ekvivalentné zlomky, desatinné čísla, percentá, zjednodušené algebraické výrazy, rôzne orientované jednoduché geometrické útvary.

Počítať algoritmické postupy pre matematické operácie – sčítanie, odčítanie, násobenie, delenie, alebo ich kombinácie, ovládať postupy pre aproximáciu čísel, odhad merania, riešenie rovníc, úpravu výrazov a vzorcov, rozdelenie čísla v danom pomere, zväčšenie alebo zmenšenie čísla o dané percento, zjednodušiť, upraviť, rozšíriť algebraické a numerické výrazy.

Použiť matematické a meracie nástroje, odčítat' na váhach, rysovať priamky, uhly alebo geometrické útvary podľa daných predpisov a postupov, použiť pravítko a kružidlo na zostrojenie kolmice priamky, osi uhla, trojuholníka a štvoruholníka daných rozmerov.

Ovládanie a používanie pojmov

Oboznámenie sa s matematickými *pojmi* je nevyhnutné pre efektívne využitie matematiky pri riešení úloh, argumentácii a tým aj pre rozvoj matematických vedomostí. Ovládanie pojmov umožňuje žiakom spájať elementy poznatkov, ktoré by v opačnom prípade boli zapamätané len ako izolované fakty. Umožňuje im ísť za hranice existujúcich poznatkov, posúdiť validitu matematických tvrdení a metód a vytvárať matematické interpretácie. Interpretácia pojmov formuje základ matematického myslenia a komunikácie a schopnosť tvoriť ekvivalentné interpretácie je základom úspechu v matematike.

***Triediť a zatriediť** objekty, útvary, čísla, výrazy a pojmy podľa ich spoločných vlastností.*

***Zobrazit'** čísla a matematické informácie pomocou modelov, diagramov, tabuliek, nákresov a grafov.*

***Formulovať** úlohy alebo situácie, ktoré môžu byť utvorené pomocou daných rovností alebo výrazov.*

***Rozlíšiť** otázky, ktoré môžu byť vytvorené na základe daných informácií.*

Riešenie problémových úloh

Žiaci by sa mali naučiť vnímať matematiku ako obrovský prínos pre ľudstvo a oceniť jej podstatu a uvedomiť si, že užitočnosť jednotlivca a úspech v práci sa výrazne zvyšujú ovládaním matematiky, a čo je dôležitejšie, využívaním matematiky.

***Zvoliť** vhodnú metódu na riešenie úloh, kde je známy algoritmus alebo postup riešenia.*

***Modelovať a vytvoriť** vhodný model, diagram na vyriešenie rutinnej úlohy.*

***Interpretovať** matematické modely.*

***Aplikovať** znalosti faktov, procedúr a pojmov na riešenie matematických reálnych úloh.*

***Overiť a skontrolovať** správnosť riešenia úlohy, posúdiť vhodnosť riešenia úlohy.*

Argumentácia

Argumentácia v matematike znamená schopnosť logického, systematického myslenia, schopnosť uvádzať dôkazy a odôvodnenia. Obsahuje intuitívnu a induktívnu argumentáciu založenú na modeloch a zákonitostiach, pomocou ktorých je možné nájsť riešenie neštandardných úloh. Tieto úlohy kladú požiadavky nad rámec bežných úloh aj v prípade, že vedomosti a zručnosti potrebné pre ich riešenie boli naučené. Neštandardné úlohy môžu byť výhradne matematické alebo môžu mať pozadie z reálneho života. Položky obsahujú transfer vedomostí a zručností na nové situácie, pričom sa vyznačujú interakciou medzi schopnosťami argumentácie. Argumentácia vyžaduje schopnosť pozorovať a vysloviť domnienky. Taktiež zahŕňa logické dedukcie založené na špecifických predpokladoch a pravidlách a zhodnotenie výsledkov.

***Predpokladať, usudzovať a predvídať** vhodné úsudky pri posudzovaní modelov, analýze myšlienok, návrhu modelov, skúmaní súborov údajov, výsledkov z experimentu.*

***Analyzovať** vzťahy medzi premennými, analyzovať štatistické údaje, geometrické útvary.*

Vyhodnotiť matematickú myšlienku, úsudok, stratégiu riešenia problému a metódu.

Zovšeobecniť oblasť, pre ktorú je použiteľný výsledok riešenia úlohy preformulovaním výsledkov pomocou všeobecnejších a širšie zameraných pojmov.

Spájať nové poznatky s existujúcimi, vytvoriť spojenie medzi rôznymi časťami poznatkov a ich reprezentáciou, nájsť väzby medzi súvisiacimi matematickými objektmi.

Syntetizovať a integrovať rôznorodé matematické procedúry pre získanie výsledkov.

Riešiť neštandardné úlohy v matematickom alebo reálnom kontexte.

Posúdiť a dokázať správnosť postupu alebo pravdivosť výroku s uvedením matematických výsledkov alebo vlastností na základe relevantných informácií.

Matematická komunikácia

V samostatnej časti stručne charakterizujeme matematickú komunikáciu ako kľúčový prostriedok vyučovania matematiky. Vyjadrovanie matematických myšlienok a postupov je ďalšou skupinou zručností, ktoré sú považované za dôležité pre viacero aspektov života a základom pre vyučovanie a štúdium matematiky. Zobrazovanie, modelovanie a interpretácia sú aspekty komunikácie. Zatiaľ čo komunikácia je významným dôsledkom výučby matematiky, nie je zahrnutá v samostatnej poznávacej oblasti. Skôr sa považuje za spojovací článok v rámci všetkých obsahových oblastí a metód matematiky. Žiaci môžu preukázať komunikačné schopnosti prostredníctvom opisu a vysvetľovania. Komunikácia sa objavuje aj pri používaní matematickej terminológie a zápisu, demonštrácii postupu použitého pri zjednodušení, úprave alebo riešení rovníc, alebo použití určitého spôsobu zobrazenia. Komunikácia je využívaná pri objasňovaní použitia konkrétneho postupu alebo modelu, ako aj príčin neočakávaného alebo neobvyklého výsledku.

3. Záver

Pri vývoji rámca hodnotenia výskumnej domény matematika participovali pedagógovia z celého sveta. V rámci procesu tvorby frameworku – rámca hodnotenia sa prehodnotili zmeny v oblasti osnov a spôsob výučby matematiky za posledné desaťročie. Na celom procese sa zúčastňovali národní výskumní koordinátori. Rozsiahly medzinárodný vstup zabezpečil základ pre validné medzinárodné testy, tak aby boli vhodné pre vyučovanie matematiky u posudzovaných populácií v mnohých krajinách.

Medzinárodný výbor pre vyučovanie matematiky a prírodovedných predmetov, špecialisti na testovanie prispeli poradenstvom v oblasti všeobecnej formy hodnotiacich modelov, tak aby sa dosiahli nasledujúce ciele: *zahrnúť obsah učebných osnov významného počtu zúčastnených krajín do testových nástrojov, zosúladiť predpokladaný význam obsahu pre budúci vývoj v oblasti výučby matematiky, zobrať do úvahy vhodnosť pre populáciu hodnotených žiakov a primeranosť hodnotenia v rámci rozsiahlej medzinárodnej štúdie, pokryť obsahovú a poznávaciu dimenziu s cieľom vytvoriť vyvážený testovací nástroj.*

Literatúra

- [1] KURAJ, J., STOPKOVÁ, J.: *Medzinárodná štúdia TIMSS 2003 na Slovensku*. In: *Pedagogické spektrum*, 2004, roč. XIII, č. 9/10, s. 85-100.
- [2] MULLIS, I. V. S., MARTIN, O. M. et al.: *TIMSS Assessment Frameworks and Specifications 2003*. International Association for the Evaluation of Educational Achievement, ISC Boston College, 2001. ISBN 1-889938-22-X.